

离散数学

课程教案

编号: _____

授 课 题 目	4.1 集合的笛卡尔积 与二元关系 (1)	教学课型	理论课 <input checked="" type="checkbox"/> 讨论课 <input type="checkbox"/> 实验课 <input type="checkbox"/> 习题课 <input type="checkbox"/> 实践课 <input type="checkbox"/> 其 它 <input type="checkbox"/>
授课时间	月 日	学 时	1
教学场所	固定座位教室 <input checked="" type="checkbox"/> 移动座位教室 <input type="checkbox"/> 智慧型互动教室 <input type="checkbox"/> 实验(实训)室 <input type="checkbox"/> 校外实践基地 <input type="checkbox"/> 户外 <input type="checkbox"/> 其它 <input type="checkbox"/>		

教材简析:

本节内容为第四章的第一节-笛卡尔积和二元关系 (一), 承接了第三章 (集合) 与高中直角坐标系相关知识, 在此基础上, 定义了一种新的集合运算-笛卡尔积, 进一步将研究对象拓展到二维乃至多维欧氏空间。

本节课重点内容为笛卡尔积的定义、计算、性质及应用, 将针对学生已有的知识结构及能力, 引导学生重点学习笛卡尔积的定义、计算、性质, 为后续二元关系、图论等内容, 以及其他专业课程, 如数据库原理, 数据结构等课程的学习打下坚实基础。

另外依照教学大纲要求, 对 n 阶笛卡尔积只要求做了解即可, 因此教材中这一部分内容会根据上课实际时间做一定的处理, 主要由学生自学, 引导学生根据 2 阶笛卡尔积的相关知识对 n 阶笛卡尔积进行推广。

学情分析:

大二学生对集合与直角坐标系等知识有一定的知识基础, 具备了较高的求知探究能力和表达能力, 但本节课内容涉及概念性知识较多, 学生对单纯的概念学习比较乏味,。他们处于人文精神需要提升以及对异性朋友渴望的情感阶段, 但尚未树立正确理性的爱情观。

考虑到上述情况, 教学过程中将借助一些课外素材, 如百岁山广告, 笛卡尔积人物介绍, , 笛卡尔的爱情故事等, 提高学生的学习兴趣 and 积极性, 多采用引导, 学生自主讨论、分析归纳、自我表达、主动分享等教学方式, 提高学生的课堂参与程度, 这些素材也有利于开展课程思政。

考虑到少数个性内向的学生比较害羞, 可能对爱情的话题讨论不敢发言, 因此在课后布置了一个短文续写作业: 假如你的好友失恋了, 你该怎么安抚? 鼓励全部学生都参与到课程思政过程中来, 增强学生的情感体验程度。

教学目标：

一、知识目标：

- 1、通过对笛卡尔积定义的理解，能识别 2 阶笛卡尔积的正确表示形式。
- 2、通过对笛卡尔积例题的学习，会计算出任意两个集合下的笛卡尔积。
- 3、通过对笛卡尔积性质的理解，能归纳出笛卡尔积与集合运算律的异同，并会利用笛卡尔积的性质，结合前三章知识进行应用。

二、能力目标：

- 1、思考并归纳 n 笛卡尔积的性质,以及笛卡尔积性质与集合运算律的异同，提高自主学习、自主探索、概括归纳的能力。
- 1、积极回答课堂内的提问，主动分享百岁山广告视频观后感等，提高合作学习、思考以及语言表达能力。
- 3、利用笛卡尔积性质完成命题证明与判断，提高理论知识运用的能力。

三、情感与价值目标：

- 1、通过案例引入，反思，提高学生的忧患意识，加强对学习的关注度。
- 2、了解笛卡尔人物事迹，养成刻苦钻研与执着执着精神。
- 3、观看百岁山广告，挖掘广告创意，提高创新意识。
- 4、破解百岁山矿泉水广告内涵：平民和贵族共享一瓶水，体验到人类平等、自由的人文精神和价值观。
- 5、了解笛卡尔的浪漫爱情故事，参与对爱情的自由讨论，体验爱情的快乐，形成正确理性的、非物质的爱情观和应对爱情挫折的健康心理品质。

教学重点、难点：

重点：2 阶笛卡尔积概念的理解、2 阶笛卡尔积的计算、2 阶笛卡尔积的性质识记，应用笛卡尔积性质证明命题或判断命题的真假。

难点：命题证明与判断过程中，笛卡尔积性质与联结词运算律的结合使用。

课程思政：

1、课程思政素材：

- 1) 新课导入案例：公选课的选择
- 2) 笛卡尔人物介绍；

3) 百岁山矿泉水广告;

4) 笛卡尔的爱情故事。

2、课程思政切入点:

1) 新课案例导入环节: 公选课的选择

2) 新课讲授环节: 笛卡尔名字来由。

3、课程思政目标:

1) 通过了解大学期间公选课要求, 提高忧患意识, 做到有备无患, 提高对自己学习的关注程度。

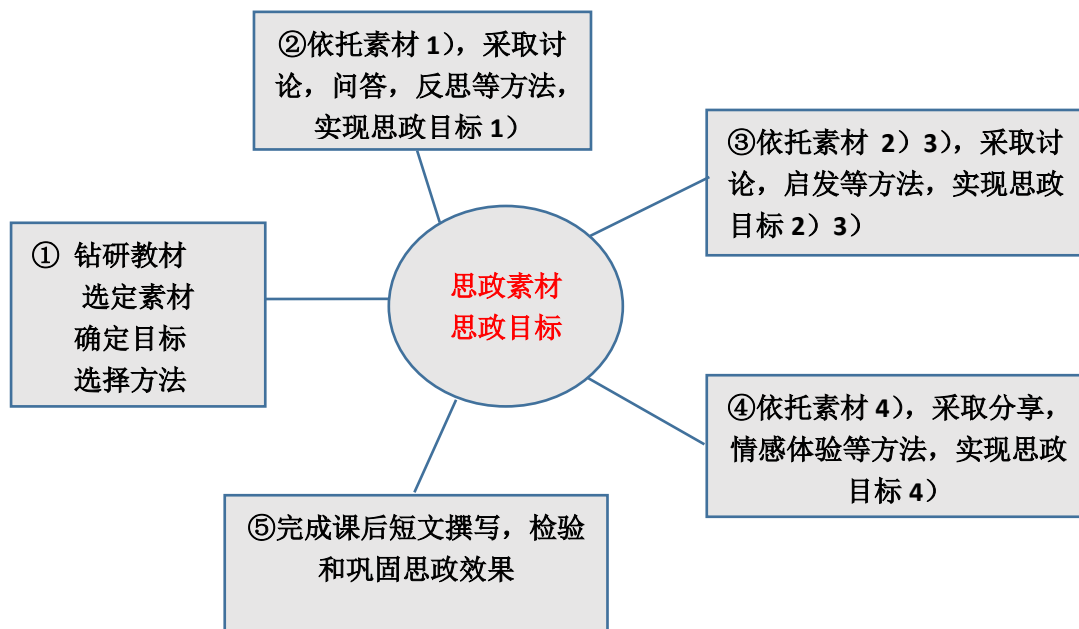
2) 了解切入笛卡尔人物事迹, 从中学习笛卡尔勤于思考和执着追求精神。

3) 明白广告设计的巧妙与创新之处, 提升创新意识。破解百岁山矿泉水广告内涵: 平民和贵族共享一瓶水, 体验人类平等、自由的价值观。

4) 挖掘广告背后的故事, 即笛卡尔的忘年恋, 引导学生形成正确理性的爱情观, 形成应对爱情挫折的健康心理素质。

5) 续写课后短文, 检验并巩固思政效果。主题: 假如你的好友失恋了, 你该怎么安抚?

4、课程思政实施思路:



教学方式和手段：

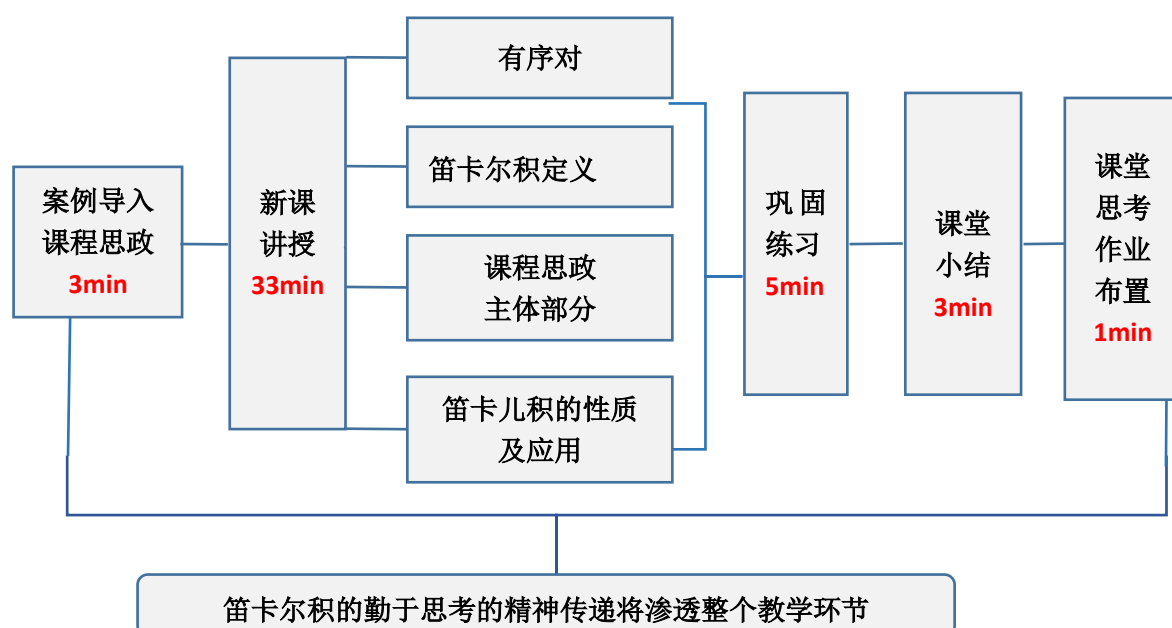
基于对教材内容的分析和学情的分析，在各教学环节中，紧靠教学内容，为实现教学目标，充分发挥学生在学习中的主体地位，将采取以下教学方式和教学手段：

教学方式：任务驱动、讲授、启发、讨论、探究、分享、情感体验等方式相结合；线上线下混合式教学模式；

教学手段：将现代化教学工具如手机，电脑，投影仪等，学习平台如学习通，微师等，网络交流平台如 QQ, 微信等，传统教学工具如黑板等，教材等相结合。

教学过程设计：

主要教学环节：



具体教学过程：

	教学组织	教师活动	学生活动	设计意图
具体教学过程	案例引入 (3分钟)	<p>给出案例，引导学生回顾高中排列组合知识，探讨问题的解决，并引入新课内容</p> <p>我院某专业有 50 名学生，现有 5 门公选课可供学生选择，若学生用集合 A 表示，$A = \{\text{学生 1}, \text{学生 2}, \dots, \text{学生 50}\}$，公选课用集合 B 表示，$B = \{\text{公选课 1}, \text{公选课 2}, \dots, \text{公选课 5}\}$，每种选课组合用 $\langle \text{学生}, \text{课程} \rangle$ 表示，现如果要求每人必选且限选 1 门，则选课情况有</p>	知识回顾 探究 思考 讨论	鼓励学生思考，自由讨论，激发学生的学习欲望，引入新课内容。同时提高对学习的重视程度，具备忧患意识，做到有备无患。

具体教学过程		多少种？并将选课组合用集合表示出来。 设置补充问题，引导学生关注学习： 你知道大学期间要修满多少公选课学分才能毕业吗？		
	新授知识 (33分钟)	<p>讲授，指导学生理解：</p> <p>1、有序对</p> <p>定义 1 由两个元素 x 和 y（允许 $x=y$）组成的序列记作 $\langle x,y \rangle$，称为二元组或有序对或序偶，其中 x 是它的第一元素，y 是它的第二元素。</p> <p>有序对性质：</p> <p>(1) 当 $x \neq y$ 时，$\langle x,y \rangle \neq \langle y,x \rangle$；</p> <p>(2) $\langle x,y \rangle = \langle u,v \rangle$ 的充分必要条件是 $x=u$ 且 $y=v$。</p> <p>注意：</p> <p>(1) 有序对的书写方式要准确，必须是尖括号，不能表示成圆括号。</p> <p>(2) 这些性质是二元集合 $\{x,y\}$ 所不具备的。例如当 $x \neq y$ 时有 $\{x,y\} = \{y,x\}$。原因在于有序对中的元素是有序的，而集合中的元素是无序的。</p> <p>(3) 两个有序对相等，当且仅当第一元素和第二元素分别对应相等。</p> <p>(4) 在定义 1 中，当元素个数为 $n > 2$ 时，成为有序 n 元组。</p> <p>设置简单例题，学生口抢答</p> <p>例 1 已知 $\langle x+2, 4 \rangle = \langle 5, 2x+y \rangle$，求 x 和 y。</p> <p>解 由有序对相等的充要条件有 $x+2=5$，$2x+y=4$，解得 $x=3$，$y=-2$。</p> <p>设置过渡语言，在笛卡尔积定义与性质学习之前利用思政元素开展课程思政</p> <p>2、课程思政主体部分</p> <p>(1) 简单介绍迪卡尔事迹：</p>	聆听 领悟 识记	思考 抢答

帮助学生理解有序对定义及性质，提高学生上课专注力和课堂活动参与度，培养竞争意识

<p style="writing-mode: vertical-rl; text-orientation: upright;">具体教学过程</p>	<p style="text-align: center;">新授知识 (33分钟)</p>	<p>笛卡尔在科学上的贡献是多方面的。笛卡尔不仅在哲学领域里开辟了一条新的道路，同时笛卡尔又是一勇于探索的科学家，在物理学、生理学等领域都有值得称道的创见，特别是在数学上他创立了解析几何，从而打开了近代数学的大门，在科学史上具有划时代的意义。</p> <p>但他的哲学思想和方法论，在其一生中则占有更重要的地位。他的哲学思想对后来的哲学和科学的发展，产生了极大的影响。</p> <div style="text-align: right;">  <p>法国邮票上的笛卡尔</p> </div> <p>(2) 播放视频： 百岁山矿泉水广告</p>  <p>(3) 设置问题, 引导学生思考, 讨论, 回答： 该广告的寓意是什么？有谁能说说广告背后的故事？</p> <p>(4) 总结：</p> <p>第一，揭开百岁山广告创意：平民和贵族能共饮的一瓶水。</p> <p>明白广告设计的巧妙与创新之处，提升了创新意识。</p> <p>破解百岁山矿泉水广告内涵：平民和贵族共享一瓶水，体现了人类平等的价值观。</p> <p>第二，挖掘广告背后的故事，一位 18 岁公主，爱上 52 岁穷老头数学天才笛卡尔的凄美爱情故事，即笛卡尔的忘年恋，引导学生形成正确理性的爱情观，形成应对爱情挫折的健康心理素质。</p> <p>(5) 学习通平台作业布置：</p> <p>学生课后在讨论区分享观点：你的爱情观是什么？怎样处理学习与爱情的关系？</p> <p style="color: red;">讲授新知识</p> <p>3、笛卡尔积定义</p> <p>定义 2 设 A,B 为集合,A 与 B 的笛卡儿积记作 $A \times B$, 且</p> $A \times B = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in A \wedge y \in B \}.$ <p style="color: red;">❖注意： 笛卡尔积的元素是有序对，计算时确保第一元素和第二元素分别来自第一集合与第二集合。</p> <p style="color: red;">例举笛卡尔积的简单计算问题，指导学生共同完成</p> <p>如： $A = \{0, 1\}$, $B = \{a, b, c\}$</p>	<p>视频观看 情感体验 探究 讨论 聆听 分享 自主学习</p>	<p>通过对广告创意的了解，学生明确创新思维与创新能力的重要性；通过了解笛卡尔的爱情故事和笛卡尔的巨大贡献，有助于学生树立理性的爱情观和崇尚人类平等自由的人生观</p> <p>领悟 思考 知识应用</p> <p>帮助学生理解笛卡尔积定义，能写出笛卡</p>

<p style="text-align: center;">具 体 教 学 过 程</p>	<p style="text-align: center;">新授知识 (33分钟)</p>	<p> $A \times B = \{ \langle 0, a \rangle, \langle 0, b \rangle, \langle 0, c \rangle, \langle 1, a \rangle, \langle 1, b \rangle, \langle 1, c \rangle \}$ $B \times A = \{ \langle a, 0 \rangle, \langle b, 0 \rangle, \langle c, 0 \rangle, \langle a, 1 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle c, 1 \rangle \}$ </p> <p>引导学生观察，类比，归纳出重要结论：</p> <p>$A \times B$, $B \times A$ 结果不同，但是两个笛卡尔积的元素个数是相同的。</p> <p>设置一组闯关练习，指定学生口头回答</p> <p>闯关练习一</p> <p>(1) 已知 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \emptyset$, 则 $A \times B = \underline{\hspace{2cm}}$, $P(B) \times A = \underline{\hspace{2cm}}$.</p> <p>(2) $A = 1$, $B = 3$, 则 $A \times B = \underline{\hspace{2cm}}$ $A = 3$, 则 $A \times A = \underline{\hspace{2cm}}$ $P = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $P \times P = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>引导学生思考并归纳出一般结论：</p> <p>若 $A = m$, $B = n$, 则 $A \times B = ?$ 答案: <u>mn</u> 若 $A = m$, 则 $A \times A = ?$ 答案: <u>m^2</u></p> <p>例举反例，师生共同归纳出笛卡尔积的性质</p> <p>4、笛卡尔积的性质</p> <p>(1) 不适合交换律 $A \times B \neq B \times A \quad (A \neq B, A \neq \emptyset, B \neq \emptyset)$</p> <p>引导学生举出反例</p> <p>(2) 不适合结合律 $(A \times B) \times C \neq A \times (B \times C) \quad (A \neq \emptyset, B \neq \emptyset, C \neq \emptyset)$</p> <p>引导学生举出反例</p> <p>(3) 对于并或交运算满足分配律</p> <p>$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ $(B \cup C) \times A = (B \times A) \cup (C \times A)$ $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ $(B \cap C) \times A = (B \times A) \cap (C \times A)$</p> <p>(4) 若 A 或 B 中有一个为空集，则 $A \times B$ 就是空集.</p>	<p>类比</p> <p>归纳</p> <p>思考</p> <p>练习</p> <p>回答</p> <p>思考</p> <p>互动</p> <p>讨论</p> <p>归纳</p>	<p>尔积元素；另外，通过对两个笛卡尔积的对比分析，培养学生的洞察能力和发现问题的能力</p> <p>通过指定学生完成练习的方式，教师可以实现因材施教，帮助学生巩固笛卡尔积元素的计算，提高学生计算能力；引导学生通过思考、归纳笛卡尔积元素个数相关结论，培养学生总结归纳能力；学生完成练习获得学习的成就感，提高学习兴趣</p> <p>通过例举反例的方式，帮助学生更好地理解笛卡尔积的性质；同时培养学生逆向思维能力，换位思考方式；通过师生合作方式，建立合作程度与默契程度较高的师生关系</p>
--	--	--	---	---

具体教学过程	<p>$A \times \emptyset = \emptyset \times B = \emptyset$</p> <p>注意：以上的性质主要用于逻辑演算，或者命题真假的判断。</p> <p>设置例题，第一题引导学生完成，第二题由学生独立完成，教师开展个别指导活动</p> <p>例3 (1) 证明 $A=B, C=D \Rightarrow A \times C = B \times D$</p> <p>(2) $A \times C = B \times D$ 是否推出 $A=B, C=D$? 为什么?</p> <p>解 (1) 任取 $\langle x, y \rangle, \langle x, y \rangle \in A \times C$</p> $\Leftrightarrow x \in A \wedge y \in C \Leftrightarrow x \in B \wedge y \in D \Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in B \times D$ <p>(2) 不一定。反例如下：</p> <p>$A=\{1\}, B=\{2\}, C = D = \emptyset$, 则 $A \times C = B \times D$ 但是 $A \neq B$。</p>	思考 互动 练习	通过完成例题解答，实现知识的学以致用；另外，学生独立完成练习，提高知识运用能力和独立解决问题能力的同时，获得学习成就感，提高对本课程学习的动力
	<p>设置课堂练习，学生分组讨论完成，对完成结果进行生生互评</p> <p>设 A, B, C, D 为任意集合，判断以下命题是否为真，并说明理由。</p> <p>(1) $A \times B = A \times C \Rightarrow B = C$;</p> <p>(2) $A - (B \times C) = (A - B) \times (A - C)$;</p> <p>(3) $A = B \wedge C = D \Rightarrow A \times C = B \times D$;</p> <p>(4) 存在集合 A，使得 $A \subseteq A \times A$。</p> <p>解 (1) 不一定为真。当 $A = \emptyset, B = \{1\}, C = \{2\}$ 时，有 $A \times B = \emptyset = A \times C$，但 $B \neq C$。</p> <p>(2) 不一定为真。当 $A = B = \{1\}, C = \{2\}$ 时有 $A - (B \times C) = \{1\} - \{\langle 1, 2 \rangle\} = \{1\}$， $(A - B) \times (A - C) = \emptyset \times \{1\} = \emptyset$</p> <p>(3) 为真。由等量代入的原理可证。</p> <p>(4) 为真。当 $A = \emptyset$ 时有 $A \subseteq A \times A$ 成立。</p>	思考 讨论 实践	通过练习环节，学生可以巩固所学知识，强化所学知识应用，检验学生学习效果；另外通过小组合作解决实际问题，提高学生团队合作能力；通过生生互评的方式，提高学生竞争意识
	<p>梳理本节所学重难点知识，以填空、选择形式给出，引导学生回顾，归纳</p>		

	<p>课堂小结 (3分钟)</p>	<p>1、笛卡尔积的定义</p> <p>设 A, B 为集合, A 与 B 的笛卡儿积记作 $A \times B$, 且 $A \times B = \underline{\hspace{2cm}}$。</p> <p>2、笛卡尔积的性质</p> <p>笛卡尔积具有以下哪些性质? ()</p> <p>A.交换律 B.结合律</p> <p>C. 对于并运算满足分配律</p> <p>D.对于并或交运算满足分配律</p>	<p>思考</p> <p>知识回顾</p> <p>知识归纳</p>	<p>梳理本堂课知识,</p> <p>强调重点和难点,</p> <p>提高知识总结与归纳能力</p>
	<p>课后思考 作业布置 (1分钟)</p>	<p>1、思考并归纳: 笛卡尔积的性质与集合运算律有什么异同?</p> <p>2、课后作业:</p> <p>(1) 设 $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, 求 $A \times A$</p> <p>(2) 设 A, B, C, D 为任意集合, 判断以下命题是否为真, 并说明理由。</p> <p>$(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$</p> <p>$(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$</p> <p>3、学习通平台上视频资料: 笛卡尔获得如此成就的原因</p>	<p>思考</p> <p>归纳</p> <p>练习</p> <p>情感体验</p>	<p>巩固本节新知与思政效果, 为下一节内容学习打好基础;</p> <p>提升学生课外阅读能力和自主学习能力</p>

板书设计:

<p>第 1 版内容</p> <p>标题</p> <p>序偶、笛卡尔积定义</p> <p>注意事项</p>	<p>第 2 版内容</p> <p>笛卡尔积性质</p>	<p>第 3 版: 活动板书</p> <p>例题分析步骤,</p> <p>课堂练习</p>
--	-------------------------------------	--

参考资料:

- 1、 <https://haokan.baidu.com/v?vid=9091089729934785398&pd=bjh&fr=bjhauthor&ty=video> 一分钟了解笛卡尔视频网站
- 2、 <https://haokan.baidu.com/v?vid=13956502849753224955&pd=bjh&fr=bjhauthor&ty=video> 笛卡尔心形公式介绍网页

3、 <https://jingyan.baidu.com/article/91f5db1bddfefe1c7f05e3f3.html> 大学生该如何树立正确的恋爱观 电台录音分享

4、课后复习参考教学视频及课件：学习通相关课程--章节 4.1

5、课后练习题参考答案：离散数学题解（第五版），耿素云主编，清华大学出版社。

教学后记

教学评价：

今天的课堂中学生非常活跃，不仅答题正确率很高，而且主动答题的学生也比以往多，课堂内的闯关练习题也完成得很好。

通过课后与学生的交流，如学习通群聊，QQ，微信私聊等，学生反映本节课内容较为简单，教材内容的学习比较轻松，但课后学习内容稍微有点多。

另外，学生反映本节课终于知道了百岁山广告的创意所在：贵族与平民的平等。同时了解了广告背后的凄美爱情故事，为自己爱情观树立起到了很好的作用。

教学反思：

1、在课程思政教学环节中，多花了 2 分钟时间，主要是因为同学们对爱情比较向往，话题比较多，所以对于学生自由讨论和发言环节时间的把控要加强，讨论的主题做更好的引导，避免跑题。

2、通过课堂作业批阅，发现对于集合中含有空集元素 $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 时，错误较多，已通过学习通群聊，QQ，微信等线上辅导方式进行纠正。

3、今天黑板板书内容有点多，在板书设计上，内容要精，详略要得当，可以更好的利用 PPT 进行补充，或者有些教材上有的内容不必板书。

4、学生很乐意主动分享个人情感，有助于心扉的打开和情感释放，类似于主动分享的教学方法可以多设计到课堂里来。